

南 投 縣 政 府 108 年 度 研 究 報 告

以變異數分析 e-GNSS 即時動態定位系統 應用於數值地籍測量精密度與準確度概 論

研究人

服務單位：草屯地政事務所

研究人員：李金輝

中 華 民 國 108 年 3 月 5 日

南 投 縣 政 府 108 年 度 研 究 報 告 摘 要 表

研 究 報 告 名 稱	以變異數分析e-GNSS即時動態定位系統應用於數值地籍測量精密度與準確度概論
研 究 單 位 及 人 員	草屯地政事務所：李金輝、廖宏林、林志勇
研 究 起 迄 年 月	107 年 8 月-108 年 3 月
研 究 緣 起 與 目 的	雖然已有相當多文獻對於 e-GNSS 應用於地籍測量這方面的探討。但在未進行相關測試下，多數人員對於系統正確使用方式及理解概念的不同，也出現一些不同的作業方式。 本研究希望能將 e-GNSS 即時動態系統成果與傳統測量方式綜合比較，期望以此經驗及結果能於他人參考。
研 究 方 法 與 過 程	1、全面清查控制點。 2、已知點基線及角距檢核。 3、佈設待測點(多數待測點以現有圖根點模擬假設)。 4、以 VBS- Rtk 現場接收並解算。 5、以地測方式直接後驗檢核，採多點已知點重複多餘觀測，三種計算方式(光線法+三角餘弦)。 6、建立各個觀測資料庫。 7、各資料庫與標準件資料互相比對檢核。 8、準確度與精密度分析，準確度採平均絕對誤差的方式去做計算，精密度採變異數分析。

研究發現與建議	在以上實驗數據所呈現各樣本母體彼此間較差及分析可知，以 e-GNSS 即時動態定位系統所測量之成果，其精密度明顯高於準確度。換言之，若作業方式不洽當，其系統在等量往同一象限位移情形下，只以補設點位彼此對標，加上不能以經校正合格經緯儀直接後驗已知點檢核，而精密度又普遍較高情形下，此潛在誤差將無法察覺。
選擇獎勵	☒ 行政獎勵 ☐ 獎勵金

以變異數分析 e-GNSS 即時動態定位系統應用於數值 地籍測量精密度與準確度概論

Using variation analysis e-GNSS real-time dynamic positioning system Applied to numerical method Cadastral Surveying precision and accuracy Introduction

李金輝

廖宏林

周永信

Chin Hui-Lee

Hung Lin-Liao

Yun Hsin-Chou

草屯地政事務所課員

草屯地政事務所主任

草屯地政事務所股長

摘要

近年來內政部國土測繪中心大力推動 e-GNSS 即時動態定位系統，使得即時取得高精度 GPS 定位成果及增進作業效率不再遙不可及。且 e-GNSS 具備多種坐標框架解算，若能正確應用 e-GNSS 即時動態定位系統於地籍測量作業，除可克服圖根點位相互通視不良之問題，亦能增進作業效率。

本研究應用變異數分析，來檢定一般使用 e-GNSS 即時動態定位系統不同作業模式下，所產生不同的誤差概念。以各個一般常見的作業方式，各自補設圖根補點，再以這些補設點為已知點，以三參數轉換方式將各界址點座標轉換與補設點為同一框架，分析以上不同作業方式所建立資料庫母體間所呈現差異的顯著性。依據獨立樣本變異數之比呈現不同分佈，將二不同情況下的變異數代入分子及分母，會得到檢測值，及相對的 p 值，且前提是各組資料獨立且同質，誤差獨立，誤差服從常態分佈。

經研究結果顯示，以 e-GNSS 依上述不同方式所測定之成果，精密度及精確度確實與不同的作業方式產生截然不同的結果。其中精密度以變異數分析，精確度採平均絕對誤差的方式去做計算。共同的方向是以原已知點約制同時無外差的成果，該差異性將會趨於最小。

關鍵字：e-GNSS、地籍測量、變異數、精密度、精確度

Using variation analysis e-GNSS real-time dynamic positioning system Applied to numerical method Cadastral Surveying precision and accuracy

Introduction

Abstract

In recent years the National Land Surveying Mapping Center has promoted the e-GNSS real-time dynamic positioning system, making it easier to obtain high-precision GPS positioning results and improve work efficiency. Moreover, e-GNSS has a variety of coordinate frame solutions. If the e-GNSS real-time dynamic positioning system can be correctly applied to Cadastral Surveying operations, In addition to overcoming the problem of poor mutual vision mapping control point, it can also improve work efficiency.

This study applies Variation analysis to characterize the different error concepts that are commonly used in e-GNSS real-time dynamic positioning systems under different operating methods. In a few common ways of operation, each point is added, and then these supplementary points are known as the known points, Use Three-parameter conversion to convert the coordinates of each boundary point to the same coordinate as the supplementary point. The significance of the differences between the matrices of the database established by the operation method. According to the different distribution cases of independent samples Variation, the variation numbers of two different cases are substituted into the numerator and the denominator, and the detected values and relative p values are obtained, and the premise is that the data of each group are independent and homogeneous, and the error Independent, error obeyed Normal distribution.

The results of the study show that the results measured by e-GNSS in the different ways described above, Precision and Accuracy do produce different results. Among them Precision is calculated by Variation analysis, Accuracy by means of average absolute error, the common direction is to control the original known point and there is no heterodyne result, the difference will be Will tend to be minimal.

Keywords: e-GNSS 、 Cadastral Surveying 、 Variation 、 Precision 、 Accuracy

壹、研究源起與目的

一、研究源起

地籍測量作業中，無論是地籍圖重測、土地複丈或其他不同形式的地籍整理，「圖地一致」永遠是精度要求的最高目標，而檢視圖地是否相符，則有賴透過現況測量成果及地籍調查表檢核(楊昌和，2006)。

同時依據地籍測量實施規則第六十九條：戶地測量，以確定一宗地之位置、形狀、面積為目的，並應依基本控制點及圖根點施測之。

另土地複丈宗地形狀、位置是否正確依下列取捨：

- 一、 若測得之點位與實地界標及地籍調查表之記載相符，即為所求正確之界址點。
- 二、 若測得之點位與實地界標超過容許誤差、或實地界標(經界物)與地籍調查表記載不符，均應詳細檢核查明原因，依下列方式處理：
 - (一) 原地籍調查表所記載之界址標示物(界標或經界物)無變動，以調查表內所記之權利界址為準，據以測定新坐標，依法更正。
 - (二) 原地籍調查表所記載之界址標示物有所變動，以原坐標復原之界址位置為準。(儲慶美等，2000)。

二、研究目的

圖根點常因道路施工、外力破壞導致遺失，倖存之圖根點也常存在通視不良問題，為此需要耗費大量時間與人力從遠處圖根點為基準進行圖根補建作業，依據誤差傳播定律，導線精度將隨距離與測站數量增加而降低，若無附合導線可供平差約制時，其精度讓人存疑(2015，陳正軒等 2 人)。地政事務所通常由單一測量編組進行複丈相關作業，正可適用於 e-GNSS 即時動態定位系統作業方式，但是土地複丈業務往往受於時間限制，無法同時做後驗之基本檢核。雖然已有相當多文獻對於 e-GNSS 應用於地籍測量這方面的探討。但在未進行相關測試下，多數人員對於系統正確使用方式及理解概念

的不同，也出現一些不同的作業方式。

為此本研究希望能將 e-GNSS 即時動態系統成果與傳統測量方式綜合比較，期望以此經驗及結果能於他人參考。

貳、問題陳述及分析

以傳統 RTK 進行即時動態定位，由於修正量是由固定參考基站計算而來，定位精度完全依靠單一基站數據，無法得知隱藏性誤差，導致無法全面監控測量品質，且透過無線電波溝通，移動站與基站距離需控制在 6~10km 內方可達到公分級定位精度(何維信、詹君正，2010)，但單一參考基站可靠性卻是一大問題。

VBS-RTK (Virtual Base Station) 即時動態定位技術是由多組 GPS 基準站全天候連續地接收衛星資料，並經由行動網路與控制中心連接，計算出區域改正參數，再配合最鄰近的實體基準站觀測資料，藉以模擬出移動站附近之虛擬基準站相關資料。系統誤差即可透過 RTK 差分計算消除，使用者可快速獲得高精度之即時動態定位成果。

一、應用 e-GNSS 即時動態定位系統之限制如下：

(一) e-GNSS 即時動態定位系統雖可快速獲得高精度之定位成果，惟實際應用時仍存在部分限制，就是當移動站所處透空不佳時，將產生 GPS 接收訊號降低、衛星分佈形狀不良、多路徑效應增加等影響，縱使 e-GNSS 定位採用 VBS-RTK 能透過控制中心解算修正量，但 e-GNSS 產生之虛擬基站仍需配合移動站位置當作起始運算，初始定位精度低落嚴重時將導致無法求得 RTK-Fixed 虛擬基站坐標，此問題應用於市區大樓林立與山區茂密樹叢時特別嚴重，移動站選取務必考量透空良好區域。

(二) 選用基準站不同年度(97、99 年度)的坐標及控制點檢測成果進行坐標轉換結果比較，發現坐標更新間隔時間僅約 1 年半，幾何相對關係已有明顯改變，而採用小分區進行坐標轉換，可提升坐標轉換成果精度，其

原因應與小區域基準站、待轉換點變動情形較一致等因素有關(內政部國土測繪中心 2012，黃華尉等 5 人)。

參、相關規定及文獻

一、現行地籍測量實施規則相關說明：

第 73 條

戶地測量採數值法測繪者，其圖根點至界址點之位置誤差不得超過下列限制：

- (一)、市地：標準誤差二公分，最大誤差六公分。
- (二)、農地：標準誤差七公分，最大誤差二十公分。
- (三)、山地：標準誤差十五公分，最大誤差四十五公分。

第 74 條

戶地測量採數值法測繪者，其界址點間坐標計算邊長與實測邊長之差不得超過下列限制：

- (一)、市地： $2 \text{ 公分} + 0.3 \text{ 公分}\sqrt{S}$ （S 係邊長，以公尺為單位）
- (二)、農地： $4 \text{ 公分} + 1 \text{ 公分}\sqrt{S}$
- (三)、山地： $8 \text{ 公分} + 2 \text{ 公分}\sqrt{S}$

第 97 條

戶地測量採數值法者，以光線法為主，並得視實地情形，採直線截點法、導線法或交會法等為之。

第 98 條

數值法戶地測量應依基本控制點、加密控制點、圖根點或都市計畫樁測量之成果觀測及計算之。

第 246 條

數值法複丈時，應準備下列資料：

- (一)、錄印本宗土地及鄰接四週適當範圍內之界址點點號、坐標及附近圖根點點號、坐標，並加算方位角及邊長。

- (二)、土地面積。
- (三)、參考圖。
- (四)、地籍調查表。

第 247 條

複丈應以圖根點或界址點作為依據，並應先檢測圖根點及界址點，所測得點位間之距離與由坐標反算之距離，其差不得超過下列限制：

- (一)、市地： $0.005 \text{ 公尺} \sqrt{S} + 0.04 \text{ 公尺}$ （S 係邊長，以公尺為單位）。
- (二)、農地： $0.01 \text{ 公尺} \sqrt{S} + 0.08 \text{ 公尺}$ 。
- (三)、山地： $0.02 \text{ 公尺} \sqrt{S} + 0.08 \text{ 公尺}$ 。

前項之檢測應由縱橫二方向實施之。

以上為現有之法令明文規定，請自行參酌。

三、 相關文獻

(一)、相關作業規定

自 96 年 3 月 21 日國土測繪法公布實施後，依據國土測繪法第 2 條、第 5 條及基本測量實施規則第 4 條等相關規定，加密控制測量應屬縣（市）政府主管事項，加密控制測量之成果將提供地籍測量、地形測量及應用測量等後續使用，惟國土測繪法訂頒實施迄今時間尚短，直轄市、縣（市）主管機關受限於技術、人力、經費等因素，實際業務執行尚無法周嚴。

VBS-RTK 成果精度檢核：

- (1) 採用即時動態定位測量施測之圖根點（每測回）觀測成果應符合下列規範，不符合者應辦理補測：

粗差偵錯	依常態分布 99%信心區間進行粗差偵錯，將大於 3 倍中誤差等之時刻坐標剔除，並計算中誤差。
坐標中誤差規範	平面坐標分量 中誤差 $\sigma_H < 2$ 厘米。 高程坐標分量 中誤差 $\sigma_V < 5$ 厘米。
觀測筆數限制	單一測回剔除之時刻坐標比例 $< 50\%$ 。
2 測回坐標成果較差	平面位置較差 < 3 厘米 高程分量較差 < 5 厘米

(2) 通過檢核後，將 2 測回坐標成果取平均值，即得到該圖根點 VBS-RTK 成果坐標。

4、圖根點 TWD97 坐標成果計算：

採用檢核無相對位移之已知控制點作為共同點，利用最小二乘配置法

6 參數轉換求得新設圖根點 TWD97 坐標成果。

5、成果檢查及地測檢核：

(1) 水平距相對較差比值之檢查：

- 將圖根點 VBS-RTK 及轉換後 TWD97 系統之坐標成果，以全組合方式分別反算水平距後進行比較。
- 各點間水平距相對較差比值應小於五千分之一。

(2) 地測邊長之檢測：

- 採用即時動態定位測量方式之圖根點，相鄰之點位需使用電子測距儀測量邊長，照準讀數不得少於 2 次，每次較差應在 $\pm (5\text{mm}+5\text{ppm})$ 以內。
- 所得邊長平均值應進行下列項目改正

(a) 光波(含紅外線)測距儀之氣象改正

(b) 傾斜改正

(c) 化歸至平均海水面長度之改正

(d) 尺度比改正(投影改正)

(3) 檢測數量及標準如下：

a. 全數水平距相對較差比值之檢查合格率未達 95%之測區，應針對未符合之點位加強辦理地測邊長檢查，必要時需重新評估坐標轉換精度或增減納入坐標轉換之已知控制點。

b. 地測邊長之檢測數量為圖根點總數的百分之十五(檢測點位應均勻分布)，檢測其與相鄰點位間之距離。

c. 地測所得邊長平均值經各種改正計算後，與相應兩點坐標反算之邊長相較，水平距相對較差比值應小於三千分之一或水平距較差小於 2 厘米(節錄內政部國土測繪中心採用虛擬基準站即時動態定位技術辦理加密控制及圖根測量作業手冊)。

(二)、相關理論及概念

一般測量人員對於距離跟尺寸比較有直接的概念，而對於時間及空間分量則相對陌生許多，但是 GPS 的資料記錄是由空間分量(即緯度 φ ，經度 λ)和時間分量(即時間標記 t)所組成。

一般 GPS 衛星精確傳輸定時 GPS 信號是由兩個 L 波段頻率 1575.42 MHz 和 1227.6 MHz。這些信號必須以導航數據形式嵌入其中，都是精確的衛星時鐘時間以及衛星位置，以使用戶接收器可以確定衛星時間和衛星位置傳輸時間。準此，這些幾乎都是圍繞在時間序列的概念。

另外依 GPS 組成原理及結構，是比較依循物理學的定義所成立。故依愛因斯坦在 1905 年提出的狹義相對論，拓展了伽利略相對性原理，使得包括力學和電磁學在內的所有物理定律在不同慣性參照系也要具有相同的形式。也就是時間間隔(鐘的走動)和空間長度(尺子的長)都成變化的，而且相對於「靜止的」而言，越是高速運動，時鐘就越是變慢，尺子就越是變短。至此，絕對的同時性不存在，也就是說，在一個參照系中同時發生的兩個事件，在另一個高速運動的參照系就不再是同時發生了。

狹義相對論中，因為光速是定量，所以時間-空間間隔(時空間隔)就成了不變量。因此，一些慣性系之間，除了對應於時間和空間平移的不變性

之能量和動量守恆以外，還存在時空平移不變性。(維基百科 [https:// zh.wikipedia.org/wiki/%E6%97%B6%E7%A9%BA#](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%97%B6%E7%A9%BA#))

綜上延伸一個問題，就是同一個點位若中間隔了一段時間去擺設接收解算，以某些作業習慣，不再重複以同一系統已知點再重複擺設約制，而是直接以先前接收過的點直接解算，若再加上常態性的地殼變動等相關因素。在這些誤差傳播下所解算出之數據是否經得起後驗檢核？這或許是一些測量人員值得後續探討的問題。畢竟，數值地籍測量辦理土地複丈所允許誤差是只容許公分級。

另就最基本精度及誤差傳播的概念，科學是一種歸納的學問，實驗則是檢驗真理的唯一準則。因此，實驗數據的可信度一直都是最核心的問題。如何判斷實驗數據不可信，科學家以準確度(Accuracy)與精密度(Precision)為重要的參考指標。

準確度(Accuracy)是一個統計學上的概念，指在每一次獨立的測量之間，其平均值與已知的數據真值之間的差距。若多次測量其平均值接近於已知的數據真值（理論值或期望值），我們可以相信數據「準確」，或是數據具有「高準確度」。反之，若多次測量其平均值與已知的數據真值差距較大，表示實驗數據不準確，或準確度不高。

其數學定義如下：

絕對誤差： $E = \bar{x} - x_t$

相對誤差： $E_r = \frac{\bar{x} - x_t}{x_t} \times 100\%$

當要求實驗數據很精準時，我們同時會要求實驗有高度的「再現性」，表示我們取得的實驗數據是可信的，也就是實驗數據需要具有高「精密度(precision)」。精密度同樣是一個統計學上的概念，指各次獨立實驗數據之分佈的「集中程度」。通常多次測量值的彼此之間的差距小，顯示精密度高；反之若多次測量值彼此之間的差距較大，則此系列實驗不夠精確，即精密度低。

在實驗數據呈現常態分佈的情況之下，精密度可以利用測量值的樣品標準差(standard variation)、變異(variance)、變異係數(variance of coefficient)來度量。

其數學定義如下：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n-1}}$$

標準差

準確度與精密度以不同的面向來描述數據的不確定性或者可確定的程度，雖然兩者的定義明顯不同，但大多數人常把他們搞混了。為了清楚得說明兩者，我們以「打靶」為例：

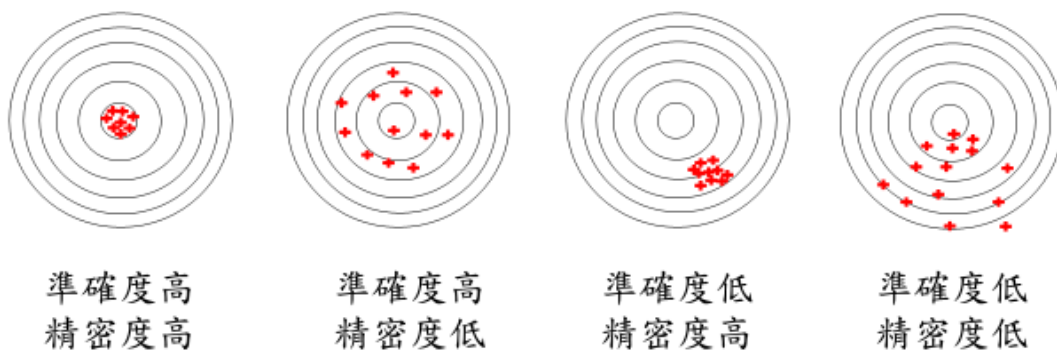


圖 1 準確度與精密度示例圖

肆、研究方法與過程

一、研究範圍

本研究區範圍之選定，主要是考量該地區已辦理過數值地籍測量，該區為平地空曠地，該區通視展望良好無遮蔽物，以上以最佳訊號及收訊狀態呈現，因此選擇水汴頭段為本研究之實驗區域。



圖 1 本研究區試驗範圍圖

二、研究方法與過程

本研究之撰寫，主要模擬一般較常見 VBS-Rtk 的幾種使用方式，選定一個 100 年度辦理數值測量的地區水汴頭段為試驗區，而該區控制點皆存在，可直接檢核比較各種解算後成果。最後以變異數分析來比較研究方法為理論基礎，以各種不同 VBS- Rtk 操作方式解算成果為母體參數。以建立本研究之基本架構及探測適合以 VBS-Rtk 解算之影響因素參考作法，最後並提出具體建議事項以供各界參考。

(一) 研究過程

1、全面清查控制點。

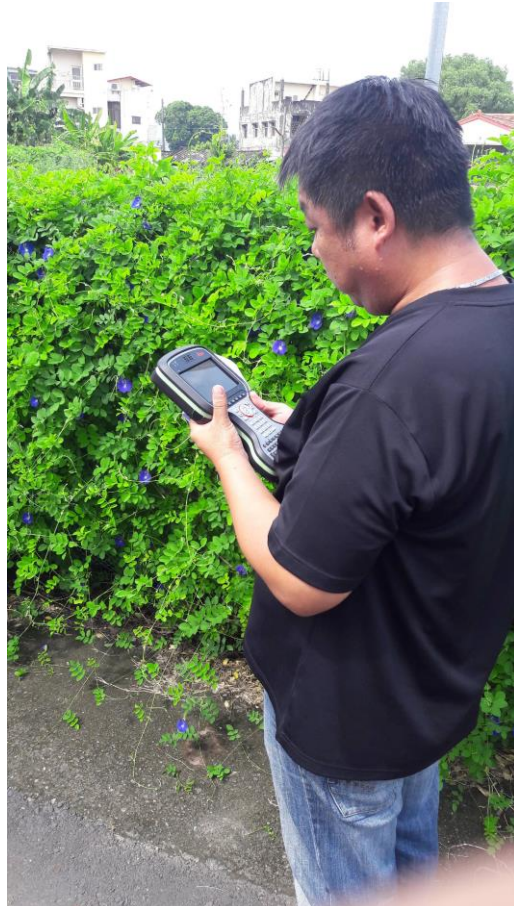
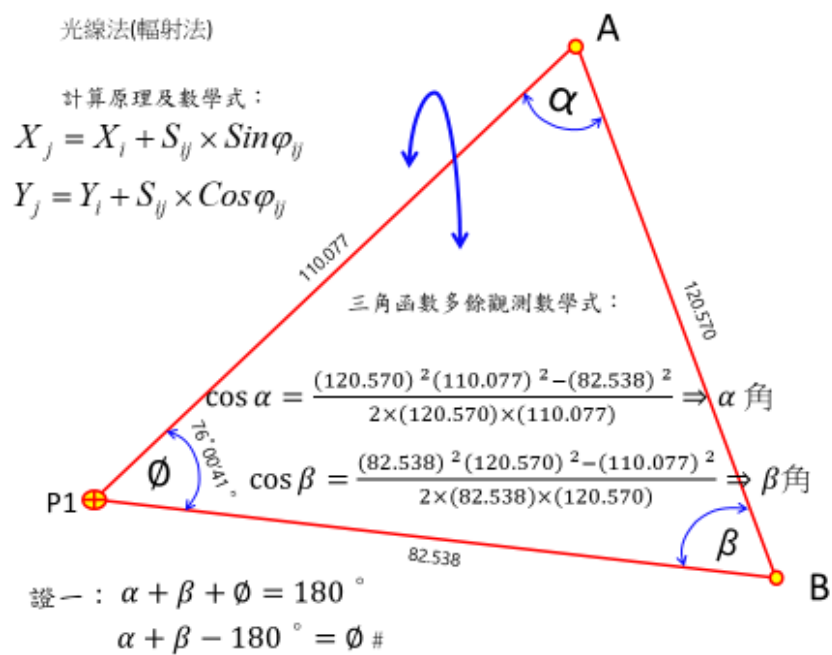


圖 4 以 Vrs-Rtk 現場實測情形

5、以地測方式直接後驗檢核，採多點已知點重複多餘觀測，三種計算方式(光線法+三角餘弦)。

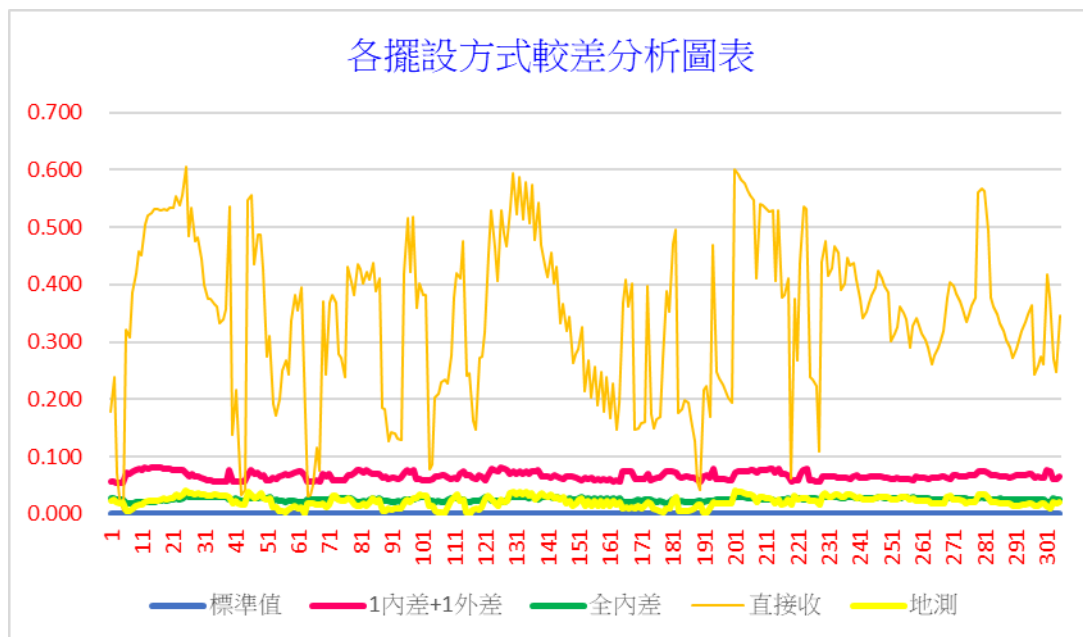


6、建立各個觀測資料庫。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		水汙頭段原始座標			較差		水汙頭段計算座標(轉-1內插+1外插)			較差		水汙頭段計算座標(轉-2內插)			較差
2	1	2654712.214	215880.452	0.000		1	2654712.179	215880.408	0.056		1	2654712.187	215880.454	0.027	
3	2	2654729.673	215895.314	0.000		2	2654729.640	215895.268	0.057		2	2654729.645	215895.317	0.028	
4	3	2654680.117	215852.869	0.000		3	2654680.078	215852.830	0.055		3	2654680.091	215852.869	0.026	
5	4	2654665.888	215841.797	0.000		4	2654665.848	215841.760	0.054		4	2654665.863	215841.796	0.025	
6	5	2654659.139	215836.137	0.000		5	2654659.098	215836.100	0.055		5	2654659.114	215836.136	0.025	
7	6	2654741.739	215738.285	0.000		6	2654741.685	215738.238	0.072		6	2654741.720	215738.288	0.019	
8	7	2654733.259	215738.094	0.000		7	2654733.205	215738.048	0.071		7	2654733.240	215738.097	0.019	
9	8	2654772.540	215733.319	0.000		8	2654772.485	215733.267	0.076		8	2654772.521	215733.324	0.020	
10	9	2654788.510	215732.050	0.000		9	2654788.455	215731.996	0.077		9	2654788.491	215732.056	0.020	
11	10	2654811.839	215739.273	0.000		10	2654811.785	215739.216	0.079		10	2654811.820	215739.280	0.020	
12	11	2654808.249	215737.792	0.000		11	2654808.195	215737.736	0.078		11	2654808.230	215737.799	0.020	
13	12	2654832.799	215738.805	0.000		12	2654832.745	215738.745	0.081		12	2654832.780	215738.813	0.021	
14	13	2654846.038	215752.156	0.000		13	2654845.986	215752.095	0.080		13	2654846.018	215752.165	0.022	
15	14	2654849.327	215755.267	0.000		14	2654849.275	215755.205	0.081		14	2654849.307	215755.276	0.022	
16	15	2654853.096	215756.528	0.000		15	2654853.044	215756.466	0.081		15	2654853.076	215756.537	0.022	
17	16	2654854.467	215761.237	0.000		16	2654854.416	215761.175	0.080		16	2654854.446	215761.246	0.023	
18	17	2654857.315	215771.325	0.000		17	2654857.265	215771.262	0.080		17	2654857.294	215771.334	0.023	
19	18	2654864.991	215801.078	0.000		18	2654864.945	215801.014	0.079		18	2654864.968	215801.088	0.025	
20	19	2654861.283	215786.184	0.000		19	2654861.235	215786.121	0.079		19	2654861.261	215786.194	0.024	
21	20	2654867.146	215810.261	0.000		20	2654867.101	215810.197	0.078		20	2654867.123	215810.271	0.025	
22	21	2654867.456	215811.619	0.000		21	2654867.412	215811.555	0.078		21	2654867.433	215811.629	0.025	

7、各資料庫與標準件資料互相比對檢核。

8、準確度與精密度分析，準確度採平均絕對誤差的方式去做計算，精密度採變異數分析。



迴歸統計							
R 的倍數	0.082447						
R 平方	0.006797						
調整的	0.00352						
標準誤	0.006641						
觀察值	305						
ANOVA							
	自由度	SS	MS	F	顯著值		
迴歸	1	9.15E-05	9.15E-05	2.0737369	0.150886		
殘差	303	0.013364	4.41E-05				
總和	304	0.013455					
	係數	標準誤	t 統計	P-值	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%
截距	0.066746	0.00038	175.5228	8.41E-307	0.065998	0.067495	0.0659979
X 變數 1	0	0	65535	#NUM!	0	0	0

9、提出結論及建議。

(二) 變異數檢定種類：

變異數分析 (Variance) 是一種特殊形式的統計假設檢定，廣泛應用於實驗數據的分析中。在變異數分析的應用中，原假設是假設所有數據組都是整體測試物件的完全隨機抽樣。

變異數分析大致分為三種型態：

1、固定效應模式 (Fixed-effects models)

用於變異數分析模型中所考慮的因子為固定的情況，也就是目標因子是來自於特定的範圍。例如要比較 6 種不同的商品售量差異，目標因子就是 6 種不同的商品，其所反應變數為銷售量。該命題即限定了特定範圍，因此模型的推論結果也將全部著眼在 6 種不同的商品售量差異上，故此種狀況下的因子便稱為固定效應。

2、隨機效應模式 (Random-effects models)

不同於固定效應模式中的因子特定性，在隨機效應中所考量的因子是來自於所有可能的母群體中的一組樣本，因子變異數分析所推論的並非著眼在所選定的因子上，而是推論到因子背後的母群體。例如藉由一間擁有全部商品的百貨公司，從所有商品中隨機挑選 5 種樣本，用於比較其銷售量的差異，最後推論到這間百貨公司的銷售狀況。因此在隨機效應模型下，研究者所關心的並非侷限在所選定的因子上，而是希望藉由這些因子推論背後的母群體特徵。

3、混合效應模式 (Mixed-effects models)

此種混合效應絕對不會出現在單因子變異數分析中，當雙因子或多因子變異數分析同時存在固定效應與隨機效應時，此種模型便是典型的混合型模式。

(三) 其他相關變異模型介紹

1、單因子變異數分析：

進行變異數分析需滿足以下基本假設(1)各組樣本需取自於常態母體。(2)各組母體變異數需假設相等。(3)各組樣本彼此獨立。

總變異(total sum of squares)

$$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x})^2$$

組內變異(error sum of squares)

$$SSE = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

組間變異(sum of squares between)

$$SSB = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

2、多個平均數之多重比較：在 k 個母體平均數之多重比較中，兩母體平均數差 $(1-\alpha)*100\%$ 聯合信賴區間為。

$$\left[\bar{x}_i - \bar{x}_j - t_{\alpha/2a}^{(n-k)} \sqrt{MSE \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}, \bar{x}_i - \bar{x}_j + t_{\alpha/2a}^{(n-k)} \sqrt{MSE \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} \right]$$

3、二因子變異數分析

二因子變異數分析中，因子是指自變數，二因子(若以 A、B 表示)代表有二個自變數。二因子變異數分析的目的是要檢定主要效果(main effects)和交互效果(interaction effects)。

(1)主要效果：個別的自變數對依變數所造成的影響是指在二因子變異數分析中，若交互效果不顯著，就進行主要效果的比較，這項比較是針對個別的自變數其邊緣平均數進行比較。

(2)交互效果：所有自變數共同對依變項所造成的影響。也就是 A 因子對依變項的效果，會受到 B 因子的影響。同樣的 B 因子對依變項的效果，也會受到 A 因子的影響。所以二因子變異數分析，首先要檢視二因子的交互效果，若交互效果顯著則進行單純主要效果分析，否則進行主要效果分析。

伍、實證分析

本研究採用次程式語言去撰寫R studio為系統分析方式，因為R語言是結合統計分析與繪圖功能的原始碼軟體，R Studio 則是能讓我們編寫R程式時候使用體驗更好的整合開發環境（Integrated Development Environment，IDE），同時本研究架構也依循前述特性去設計。

程式碼撰寫及設計分析結果：

讀取資料

```
library(readxl)
col_types <- replicate(20, "numeric")
position1 <- read_excel("Desktop/position1.xlsx", col_types = col_types)
View(position1)
```

準確度（水汴頭段計算座標(轉-1內插+1外插)）

```
library(Metrics)
accuracy_1 <- mae(position1$x, position1$y)
accuracy_1
[1] 0.06674622
```

精確度（水汴頭段計算座標(轉-1內插+1外插)）

```
precision_1 <- sd(position1$y)
precision_1
[1] 0.006663835
```

準確度（水汴頭段計算座標(轉-2內插)）

```
accuracy_2 <- mae(position1$x, position1$z)
accuracy_2
[1] 0.02597699
```

精確度（水汴頭段計算座標(轉-2內插)）

```
precision_2 <- sd(position1$z)
precision_2
[1] 0.00292452
```

準確度（水汴頭段計算座標(轉-3-直接定位+全外插)）

```
accuracy_3 <- mae(position1$x, position1$w)
```

```
accuracy_3
```

```
[1] 0.3451868
```

精確度（水汴頭段計算座標(轉-3-直接定位+全外插)）

```
precision_3 <- sd(position1$w)
```

```
precision_3
```

```
[1] 0.1377052
```

準確度（水汴頭段計算座標(光線法+餘弦)）

```
accuracy_4 <- mae(position1$x, position1$v)
```

```
accuracy_4
```

```
[1] 0.02198273
```

精確度（水汴頭段計算座標(光線法+餘弦)）

```
precision_4 <- sd(position1$v)
```

```
precision_4
```

```
[1] 0.009239743
```

一、準確度排行（此處的準確度採平均絕對誤差的方式去做計算）

水汴頭段計算座標：1. 光線法+三角餘弦。2. VBS-Rtk全內差。3. VBS-Rtk 1內差+1外差。4. VBS-Rtk直接定位。

二、精確度排行(此處採變異數做分析)

水汴頭段計算座標：1. VBS-Rtk全內差。2. VBS-Rtk 1內差+1外差。3. VBS-Rtk光線法+三角餘弦。4. VBS-Rtk直接定位。

經以上實證分析結果，本研究結果顯示，以VBS-Rtk所測定之精密度遠高於精確度。也就是說，在本次以不同方式擺設接收結果，該系統解算座標呈現等量往同一象限位移情形。

陸、結論及建議

一、結論

經由以上研究分析結果，我們獲得了一些概念及驗證。就是以 e-GNSS 即時動態定位系統測量的數據要同時兼顧精密度與準確度，其作業方式將會有巨大的影響！這其中使用者本身對大地測量的概念應是主要影響因素。因 e-GNSS 即時動態定位系統的便利性，使用者只需會操作既可得到座標，可能對先驗及後驗的觀念容易忽略所致。就以本研究實驗成果為例，在不以現有圖根點約制下，其準確度較差達 34 公分，但若不以後驗已知點方式，其精密度較差為 14 公分。另就約制已知點並採用全外包無外差方式補設補點，準確度較差為 2.5 公分，不以後驗已知點方式，其精密度較差可達 0.3 公分。補點以全部外差方式，準確度較差為 6.6 公分，不以後驗已知點方式，其精密度較差可達 0.6 公分。最後再以經校正合格經緯儀及腳架，以開放兩個補點量測結果，其準確度較差為 2.2 公分，精密度較差為 0.9 公分。

在以上實驗數據所呈現各樣本母體彼此間較差及分析可知，以 e-GNSS 即時動態定位系統所測量之成果，其精密度明顯高於準確度。換言之，若作業方式不洽當，其系統在等量往同一象限位移情形下，只以補設點位彼此對標，加上不能以經校正合格經緯儀直接後驗已知點檢核，而精密度又普遍較高情形下，此潛在誤差將無法察覺。

二、建議

透過以上分析，本研究有幾項建議可供參考：

1. e-GNSS 雖符合精度規範，但不宜未經約制及改正而直接使用。
2. 本研究只在模擬一般測量人員在各種使用模式下所產生之結果，只純粹為結果的呈現，並無任何改正及最終論定。
3. 採行約制已知點時，是否以相同年份周圍較近圖根點為前提，這點值得後續探討。
4. 若在數值區可以經緯儀直接量距觀測情形下而捨棄不用，尚值得商確。
5. 建議 67 系統不宜以此方式補建，因 67 系統不只地球原子不同，當時也沒經過平差，故一段之中可能存在不只一個系統。
6. 建議本縣測量人員以 e-GNSS 即時動態定位系統進行圖根測量時，依循內政部國土測繪中心訂制之「採用虛擬基準站即時動態定位技術辦理加密控制及圖根測量作業手冊」辦理。

柒、參考文獻

- 一、內政部國土測繪中心，「e-GPS 衛星基準站即時動態定位系統 VBS-RTK定位測試成果報告」，2005。
- 二、內政部國土測繪中心，「e-GPS 定位系統應用於基本控制測量作業之研究」，2007。
- 三、內政部國土測繪中心，「探討及分析現行 GPS 技術(靜態、RTK、e-GPS 等)之作業方式」，2010。
- 四、「GNSS 快速靜態與 e-GNSS 運用於加密圖根控制測量之研究」，王文俊等人，2013 年。
- 五、台中市中興地政事務所，「e-GNSS 即時定位系統與地籍圖之探討」，2014 年。
- 六、「準確度與精密度」，地籍測量 第 32 卷第 3 期，史天元著，第 18-26 頁。
- 七、(維基百科 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%97%B6%E7%A9%BA#>)。
- 八、Anonym, 2002. Structural Deformation Surveying (EM 1110- 2-1009), US Army Corps of Engineers, Washington, DC.
- 九、Çelik, R. N., Ayan, T., Denli, H., Özlüdemir, T., Erol, S., Özöner, B., Apaydın, N., Erincer, M., Leinen, S., Groten, E., 2001. Monitoring Deformation on Karasu Viaduct Using GPS and Precise Levelling Techniques, Kluwer Academic Publisher, Netherlands.
- 十、Erol, S., Ayan, T., 2003. An Investigation on Deformation Measurements of Engineering Structures With GPS And Levelling Data Case Study, International Symposium on Modern Technologies, Education and Professional Practice in the Globalizing World, 6-7 November 2003, Sofia, Bulgaria.